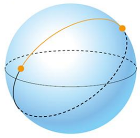
令和６年数楽通信第6号　平行線からパラレル(平行)ワールドへ　　　　　　R6.12.31

先日、夜間中の忘年会で平行線の同位角が等しい事の証明について質問をされました。図形については中・高等学校で勉強した知識がすべてで、難しい問題も、それらを応用すれば原理的には解けるはずと思われていると思います。これらは既に二千年も昔のギリシャで完成され、ユークリッド幾何学と呼ばれています。その幾何学では、誰でも認めるであろう五つの前提（数学用語では公準）を出発点として、厳密・論理的な推論で図形の性質を導いています。仮定、証明、結論と進む数学の証明の形式は、この幾何学を手本にしています。ヨーロッパでも数学を勉強する事は、この幾何学を学ぶ事でした。ユークリッド幾何学は次の5つの公準を出発点にしています。

一,任意の点から任意の点に直線が引ける　二,任意の線分を延長することができる

三,任意の点を中心とし任意の半径の円が描ける**四**,すべての直角は等しい

図3



球面上の直線

五、2直線に他の1直線が交わってできる同じ側の内角の和が
2直角より小さいなら2直線を延長すると2直角より小さい側で交わる

この**五** を使えば、同位角が等しくなければ、直線がどちらかで交わることになります。従って、同位角は等しくなければなりません。ところが、現在、ユークリッドの公準は日本の学校では、教えていませんし、特に**五**は図を描かないとどうなっているのかわかりにくく、内容もなぜ、これが入ってくるのか理解できません。本当に幾何学の土台となるものなのか疑問の余地がありました。後に、五は「直線外の1点を通りこの直線に平行な直線はただ1つある」と言い換えることができることが分かり「平行線公理」と呼ばれるようになりました。しかし、誰でも認める五番目が、ギリシャ時代から、問題があるのではないかと思われていて、過去に多くの数学者が、一から四を使って、五を導き出せないかと挑戦してきましたが、成功しません。そしてルネッサンス以降、平行線公理そのものに疑問を抱く数学者が現れてきます。ここから、数学では直感に反することでも、論理的に話を進めていくと、矛盾のない世界、いわばパラレルワールドが構成され、実はそれが現実世界を表していたという話になります。十八世紀になると、あのガウスが平行線公理がなくても、矛盾のない幾何学が成立することを確信しましたが、公表は控えていました。その間に、ボーヤイ、ロバチェフスキーの2人が独立にそれぞれ平行線公理を否定した幾何学(非ユークリッド幾何学)が可能であると発表したのです。この一つのモデルは、地球のような球面上の幾何学です。直線とは「2点を最短距離で結ぶもの」で、「真っ直ぐ」と直感的にイメージされます。ところが、地球上の2つの点を結ぶ最短距離、例えば、東京とロサンゼルスとの最短距離は曲線になります。球面上における直線は、球面上の2点と球の中心を通る平面でその球面自身を切った時に引かれる線です。こう直線を決めても、 一、二、三、四に矛盾しておらず、球面に合わせて無理やり作り出したものではありません。このように決めた球面上の直線では、どの直線にも平行線は1本もないことが分かります。つまり、我々の住む地球表面上の世界では平行線公理は成り立たないのです。さらにアインシュタインの一般相対性理論では、この宇宙も非ユークリッド幾何的の様です。論理のみで考えられたパラレル(平行)ワールドが、現実の宇宙を表していたというのは驚きですね。

図1

図2