

まず、確率の考え方を見直してみましょう。コインを投げて表が出る確率は二分の一と信じ込んでいませんか？ これは、あくまで情報が無いので、表・裏どちらが出やすいと決められないので二分の一と仮定したわけです。ちなみに表・裏は英語ではHとTと略します。Hは頭HeadのH、Tは尻尾TailのTです。焼き肉屋で出てくるテイルスープのTですね。話を戻しますと、コインの表裏は模様が違うので、厳密にはそれぞれ出る確率は微妙に違うはずですが、何回実験しても決定的にこうだという数値は求められない程度の微妙な違いですので、二分の一と決めても、実際のところ何の支障も起きないわけです。教科書の問題などでは、「同様に確からしいとする。」と但し書きがあるわけです。ここでモンティホール問題を考えてみましょう。最初、回答者がドアを選ぶ時点では、なんの情報もないわけですから、確率は三分の一と決めるしかありません。しかし、司会者がドアを1つ開けた時点では、新しい情報が与えられたわけですから、この情報を元に考えていかなければなりません。考えるためには、図にしてみることです。特に確率の問題は、頭の中だけで考えると錯覚してしまいます。最初の図Iは下のようです。回答者はAのドアを選びました。

	A	B	C
①	車	やぎ	やぎ
②	やぎ	車	やぎ
③	やぎ	やぎ	車

回答者が車を当てる確率は、情報がなく①②③は同様に確からしいので三分の一です。ここで、司会者は車が入っていない1つのドアを開けます。ここで、注意しなければならないのは、①はBかCのドアを開けられますが、②と③は開けられるドアが1つに決まってしまうところです。

	A	B	C		A	B	C		
①	車	やぎ	やぎ	↗ ↘	①(a)	車	やぎ	やぎ	1/6
					①(b)	車	やぎ	やぎ	1/6
②	やぎ	車	やぎ		②	やぎ	車	やぎ	1/3
③	やぎ	やぎ	車		③	やぎ	やぎ	車	1/3

①は①(a)と①(b)に分かれ、司会者がどちらのドアを開けるかは同様に確からしいとしますので、それぞれの確率は1/6になりますし、②と③はそのまま1/3です。

ここでドアを変更すると①(a)と①(b)は必ずはずれますが、②と③必ず当たります。

はずれる確率は $1/6+1/6=2/6=1/3$ 、当たる確率は $1/3+1/3=2/3$

ドアを変更した方が二倍当たりやすくなります。

この解答は、今から30年ほど前、IQ228の持ち主として名高いマリリン・サヴァントが提出したのですが、「選択を変えても変えなくても確率は変わらない」といった批判が、多くの数学者から殺到しました。そのひとり、天才数学者エルディシュはコンピュータシミュレーションし、マリリンの解答が正しいと確認し、誤りを認めたということです。この問題の教訓は、確率は、天から与えられた不変のものではなく、新しい情報が得られたら、それを考えに入れて、計算すべきということですね。