

数楽通信第十四号「方程式とは 九章算術とアルジャブル・アルムカーバラ」

方程式という言葉は、どこから来たのでしょうか？ 数学以外で方程という言葉を見かけたことはないでしょう。算数から数学になって、方程式をなじめない難しいものだという感じを抱いた方も多いでしょう。英語では、イコール(equal)からくる equation と簡単で意味も分かりやすいのですが。



この方程式という言葉は、前にも出てきた中国古代の **アルジャブル・アルムカーバラ** 算術書「九章算術」(著者不明 紀元前一世紀頃成立)の第八章「方程」から、来ているようです。ここでは、連立方程式(二つ以上の方程式を同時に成り立たせる答えを求める)を解く方法が記されています。算木というもので式の係数を表し、連立ですから、それを正方形に並べ、加減乗除を行い、答えを求めます。しかし、ひとつの方程式では、正方形になりません。次の話は、少し出所が怪しいところがありますが、イメージが掴みやすいと思います。「昔、中国に方程師という職業があったそうです。「程」は大きさ・量を、「方」は比べる、術を意味しますから、天秤(てんびん)を使って、ものの重さを量るという職業です。なぜ、これが職業として成立したかということ、何千年もの昔ですから、農業をやっている庶民は、秤(はかり)を持っていませんが、支配者に年貢を納めなければ成りません。年貢は穀物で納めますが、それは厳しいものだったでしょう。もし、納めた年貢が少なかったら、ひどい目に遭ったでしょうし、それを恐れて、多めに納めると、自分たちの食糧扶持がなくなるかもしれません。ですから、このような仕事が成立したと思って下さい。この「方程師」の天秤のイメージが方程式の語源という話です。」さらに正確なことをご存じの方がおられたら、教えてください。さて、方程式を解くには、負の数の概念も、必要になりますが、この「九章算術」では負の数の概念を活用しています。ヨーロッパでは負の数は、なかなか受け入れられませんでした。中国、そしてインドでは受け入れられていたようです。そして、「位取り記数法」の所で、のべたように「0」と共に、負の数、方程式の考え方はイスラム世界に伝わり、そこで方程式の解き方としてまとめられたのが「**アルジャブル・アルムカーバラ**」(移項と簡約の書)です。この**アルジャブル**が移項を表し、英語の代数"algebra"の語源となりました。項というの式を構成する要素です。 $a+b$, $c-d+e$ は、それぞれ項が2つ、3つです。 abc は項は1つです。これは、たし算、引き算よりかけ算、割り算の方が強く文字・数字を結びつけ(計算順もかけ算・割り算が先)、1つのものとみるため、項をこう数えるのです。当時は、まだ文字は使われておらず、言葉のみを説明してありましたが、移項を現代の式で表すと、次のようになります。(数式への文字使用は、15世紀、フランスの Viet が初めて用いたとされています)

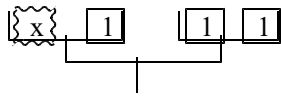
(1) $2x+1= x +3$ これは天秤では 左の皿の $2x+1$ 未知の数 x が二つと1を加えたものと右の皿の $x+3$ 未知の数 x が一つと3を加えたものが釣り合っていることを表します。

両方の皿から1を取り去っても、そのまま天秤は釣り合っています。(= $=$ はそのまま)

(2) $2x+1-1=x+3-1$ 左辺だけ計算すると (3) $2x=x+3-1$ 最初の式(1)から、この式(3)を見ると 1の項が 左辺から右辺に移されて(移項)、符号が+から-に変わっています。これを移項と言います。移項には、符号が大きく関係しますが、それは次回説明します。

方程式 イメージと移項

$$x + 1 = 2 \quad \text{①}$$

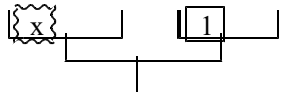


両辺から1を引くと

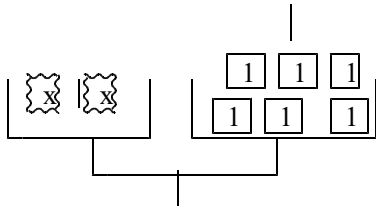
$$x + 1 - 1 = 2 - 1 \quad \text{②}$$

$$x = 2 - 1 \quad \text{③}$$

②を飛ばして一気に③に行くのが移項
+1 が左辺から右辺に(移項 項が移る)
プラスがマイナス -1 になる
2 - 1 より x=1 答え



$$2x = 6 \quad \text{①}$$

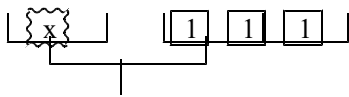


両辺を2で割る

$$2x \div 2 = 6 \div 2 \quad \text{②}$$

$$x = 6 \div 2 \quad \text{③}$$

②を飛ばして一気に③に行くのが移項
2x x × 2 の× 2 が左辺から右辺に
× 2 の「かける」が÷ 2 「割る」になる
6 ÷ 2 より x= 3 答え x= 3



まず 今回は 移項すると

+ → -

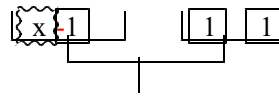
- → +

× → ÷

÷ → ×

となることをしっかり確認しましょう

$$x - 1 = 2 \quad \text{①}$$

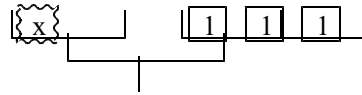


左辺 x-1 に1足りない 両辺に1たす

$$x - 1 + 1 = 2 + 1 \quad \text{②}$$

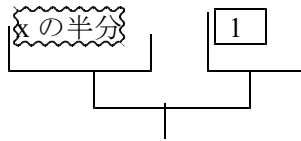
$$x = 2 + 1 \quad \text{③}$$

②を飛ばして 一気に③に行くのが移項
-1 が左辺から右辺に移り(移項 項が移る)
マイナスが プラス+1 になる
2 + 1 より x=3 答え



$$\frac{x}{2} = 1 \quad \text{①}$$

分数は分母÷分子 上÷下

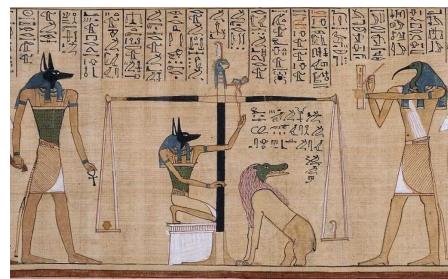
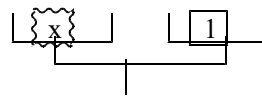


左辺が x の半分なので二倍して x にする

$$(x \div 2) \times 2 = 1 \times 2 \quad \text{②}$$

$$x = 1 \times 2 \quad \text{③}$$

②を飛ばして 一気に③に行くのが移項
x ÷ 2 の ÷ 2 が左辺から右辺に移り
÷ 2 の「割る」が「かける」になる
1 × 2 より x=2 答え x=2



古代エジプトの魂を計る天秤

漢字の意味・成り立ち・読み方・画数等を調べてみました。
(「方」は小学2年生で習います。「方」は部首です。)

成り立ち、読み方、画数・部首解説、書き順・書き方
意味

①「かた」、「むき」(例：方向、方角)

②「向かう」、「向かう所」

③「一定の方向」

④「ところ」、「場所」(例：地方)

⑤「くに」、「国土」(例：異方)

⑥「手だて」、「やり方」(例：方法)

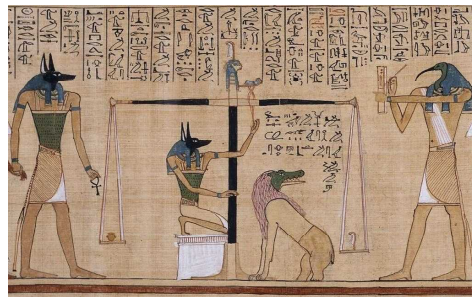
⑦「わざ」

ア：「技術」

イ：「神仙の術」(例：方士)

() 「(引き算の時) 同符号は引き、異符号は加える。正を無入から引いて負とし、負を無入から引いて正とする」との一文がある。この無入(別の説には無人)とは0のことである。ここから著者らは0と正負の計算を理解していたことが分かる。実際に第8章「方程」の部において、連立一次方程式の問題をこの計算法によって巧みに解いている。

The Ancient Egyptian Book of the Dead depicts a scene in which a scribe's heart is weighed against the feather of truth.



fulcrum. 支点

static equilibrium 平衡