

R3数楽通信第二十一号 「プリンプトン322 三角比との関係?」 R3.11.6

古代史の数学ミステリー そのII

前回、プリンプトン322には、ピタゴラス数が隠されているという話をしました。話は、また逸（そ）れますが粘土板が英語でclay tablet と綴りますから、現在のビジネス・授業の必需品タブレットは小さいテーブルですね。clay はテニスのクレーコートのクレイ、粘土ですね。さて、同じ古代文明のエジプトに目を向けてみましょう。エジプトも毎年、ナイル川の洪水に見舞われたことは、以前にも述べましたが、ナイル川の洪水はじわじわと、一方、メソポタミア洪水はかなり激しかったらしく、「ノア方舟」の伝説も、この地方の伝承と言われています。エジプトでは、洪水後の土地を元通りに再区画するため、測量技術が発達しました。測量技術は数学では図形分野、これを幾何学と言います。幾何は訓読みは「いくばく」で、辞書には「数量・程度の不明・不定なことをいう語。どれほど。」とあります。ここでは、面積を"どれほどか"と測定しているわけで、まさに幾何学の起源です。そして、縄を使って測定したので、この測量の専門家を「縄張り師」といったことが「縄張り」という言葉の語源だそうです。そして、エジプトと言えば、ピラミッド「古代世界の七不思議」の一つ。重機も何もない、数千年前にどうやってあんな巨大建築物を人手だけで作ったのか？ 巨大な石を、あのように一定の角度に、整然と積み上げるためには、三角形の角度と、辺の比を計算する必要があります。ピラミッドはどれも斜面が水平と 50° から 54° の角度をなしています。数学で



直角三角形の辺と比の関係は三角比と言いますが、**ホーレン** の**エジプト遠征 有名な兵士への檄** そのがピラミッドの建設にも「あのピラミッドの頂きから4000年の歴史が汝らを見下ろしている」使われたのではないのでしょうか？ 三角比は、記号では \sin (サイン), \cos (コサイン), \tan (タンジェント)で、昭和の昔に流行した「受験生ブルース」では"サイン、コサイン何になる"と歌われたほど、これで高校時代に苦労した方も多いと思います。ピラミッドにはタンジェントが使われたらしいということです。ここで、話を戻しましょう。プリンプトン322に記されている二つの数字が、三平方の定理を満たすなら、それは直角三角形の三辺の長さに対応するわけで、直角三角形の斜辺と高さに対応するとすれば、それは \sin になります。(斜辺と底辺なら \cos です。) ここも電卓を使えば三角比の表を引かなくても、その比すなわち \sin に対応する角度を求めることができます。ここで 紙面の都合で割り算 $a \div b$ を a/b と書きます。これにも慣れてください。

1:59=119 2:49=169 $119/169 = 0.7041$ $\sin A = 0.7041$ となる角度A は $A = 44.8^\circ$

56:07=3367 1:20:25=4825 $3367/4825 = 0.7041$ $\sin A = 0.6978$ となる 角度Aは $A = 44.2^\circ$

1:16:41=4601 1:50:49=6649 $4601/6649 = 0.6920$ $\sin A = 0.6920$ となる角度Aは $A = 43.8^\circ$

3:31:49=12709 5:9:1=6649 $12709/18541 = 0.6920$ $\sin A = 0.6855$ となる角度Aは $A = 43.3^\circ$

以下、合わない行もありますが、教科書の三角比 \sin の表と言っても良いような角度に辺の比が対応した表になっているのです。本当に4000年も前、日本では縄文時代にこんなものが存在したとは、シュメール人宇宙人説が出てくるのも不思議ではありませんね。しかし、この話には、まだ続きがあります。(To be concluded)

https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%83%95%E3%82%A1%E3%82%A4%E3%83%AB:Francois-Louis-Joseph_Watteau_001.jpg

ナポレオン エジプト遠征

「兵士諸君！あの遺跡の頂から40世紀の歴史が諸君を見下ろしている」

の発祥の地であることを紹介しました。現在のイラクのチグリス河とユーフラテス河に挟まれた肥沃な地域で、メソポタミア文明は古代四大文明の一つです。(メソポタミアは「二つの河の間」を意味します。)今は乾燥した砂漠地帯ですが、当時は二つの川の水量も多く、毎年激しい洪水が起き、エジプトと同じく洪水が肥沃な土地をもたらし、紀元前4000年頃には小麦の栽培も、この地域で始まったとされています。その中心都市バビロンの名は「旧約聖書」などで有名で、古代ギリシャ人はこの地をバビロニアと呼んでいました。メソポタミア文明は南部のシュメール人により発達しますが、その来歴が不明なため、ムーでは、シュメール人=火星人説が掲載されていました。そして、この文明は数学史でも、重要な役割を果たします。それは、当時の記録が粘土板(clay tablet)に楔形文字で記録され、焼き固められたおかげで、現代まで残り、何百もの数学についての粘土板を見ることができるからです。同じ古代文明のエジプトでは、葦で作ったパピルスに書かれたため、残っているのは、ごく少数です。ここで紹介するのは、その中で最も有名なのはプリンプトン322 (Plimpton 322)です。これはアメリカ・コロンビア大学のプ

リンプトン氏収集の粘土板の第322番目という意味です。この粘土板は紀元前1800年頃(当時「目には目を」で名高いハムラビ法典の編纂された)に書かれたものとされ、4列15行の表にその時代の楔形文字で数字が記されています。

(1:)59:00:15 1:59 2:49 1
(1:)56:56:58:14:50:06:15 56:07 1:20:25 2
(1:)55:07:41:15:33:45 1:16:41 1:50:49 3
(1:)53:10:29:32:52:16 3:31:49 5:09:01 4 ……以下略



この粘土板の内容を解読していきましょう。古代メソポタ

ミアでは、計算もすべて時間と同じ六十進法でおこなわれていたから電卓は必須です。一行目を見ると1:59は一分五十九秒と同じで、これは秒にすると $1 \times 60 + 59 = 119$
2:49 は二分四十九秒と同じで、これは秒にすると $2 \times 60 + 49 = 169$ 実は、この粘土板は、ここから、もう一つの数字を計算で導けるのです。まず、簡単な計算、足し算、引き算、かけ算、割り算では見つかりません。次は、中学校で出てくるかけ算の親玉のような2乗です。自分自身と掛けるので自乗とも書きます。自乗-自乗を計算してみると、 $169^2 - 119^2 = 14400$ $144 = 12^2$ ですから $169^2 - 119^2 = 14400$ $169^2 - 119^2 = 120^2$ これは $119^2 + 120^2 = 169^2$ なんと三平方の定理(ピタゴラスの定理)の成り立つ三つの数の組で、これをピタゴラス数といい、直角三角形の三辺を表しているのです。二行目はかなり大きな数で、56:07 は $56 \times 60 + 07 = 3367$ 、1:20:25 は $1 \times 60^2 + 20 \times 60 + 25 = 4825$ しかし、もう2乗-2乗とわかっていますから、電卓で $4825^2 - 3367^2$ を求めると 11943936 これも電卓で正の平方根を求めると 3456 で $4825^2 = 3367^2 + 3456^2$ 三行目はもっと大きいですが (4601,4800,6649)。四行目に至っては (12709,13500,18541) です。四千年も前に、こんな大きなピタゴラス数が知られていたというのは驚きですが、この話はこれで終わりではありません。(To be continued 次回に続く)