

オリンピックの開会式で"イマジン"が流れたと聞きました。前回の東京オリンピックの数年後に、ビートルズのジョン・レノンによって作られた曲で、ビートルズ世代には懐かしい曲です。"Imagine all the people Living in Peace …" 「すべての人が平和に生きている世界を想像してみなさい」現実には存在しない仮想の、理想の世界でした。ここで、数学でも現実には存在しない数の話をしてみましょう。夜間中の数学の範囲を超えませんが、数楽通信の流儀で、完全に分からなくても、おもしろそうなことには、突っ込んでいってみましょう。それは二乗して負になる数です。負の数を習ったとき、マイナス×マイナスはプラスというのを、何度も強調された覚えがあるでしょう。そうすると二乗して負になる数は存在しないこととなります。方程式 $x^2 = -1$ を解けと言われてたら、高校一年では「解なし」と答えます。ところが数学Ⅱになると、数の範囲を広げ、二乗して-1となる数を考え、その数を i で表します。この数は、さっきの曲の Imagine から Imaginary number (想像上の数)と名付けられ、その頭文字 i で二乗して-1となる数を表すこととしたのです。これは、日本語では虚数 $\sqrt{-1}$ と訳されました。実際に存在する数、二乗すると正か0になる数は実数(Real number)です。実数と虚数を合わせてできる $a+bi$ という形の数を実数と虚数のふたつの要素からできているということで複素数(Complex number)といいます。complexには、複雑という意味があり、また精神医学でのコンプレックスもこのcomplexです。このように数の範囲を広げることは、数学では拡張と言って、よくやることです。負の数の導入もそうでした。それには理由があるはずですが、こんな実際にはあるはずのない虚数をなぜ、数として考えるようになったかということ、その背後には三次方程式を解くために、格闘した歴史があるのです。今は、高校では三次方程式の解の公式は習いません。一つの解がたやすくみつかると特別な場合は教科書にありますが、どんな三次方程式でも解くためには、二次方程式と同じで解の公式が必要です。前回、複式簿記の祖として出てきたルカパ・チョリは数学者でもあり、今後、百年の間解けない数学の問題として、三次方程式の解法を挙げましたが、その後、数十年の間にイタリアで数学者達が、三次方程式の解の公式を巡ってバトルを繰り広げ、解いてしまったのです。その発見された解の公式は、三つとも実数の解を持つ方程式でも、途中の計算で必ず虚数を扱わなければならないのでした。そこで、虚数を導入し、理論を研究しなければならなくなったのですが、この理論は、思いがけない発展を遂げ、様々な分野でかけがえのないものとなりました。たとえば、現代の生活に電気、電子回路や電磁波の理論は複素数なしでは表せないのです。ここで、方程式の解を表すために、どんどん新しい数を考えていくときりがないのではないかと、心配する人がいるかもしれません。しかし、それは杞憂に終わりました。ガウスという数学史上、最高の天才といわれる数学者によって、何次方程式でも、すべての解は複素数の範囲に存在することが、証明されたのです。方程式の世界は複素数の範囲で完結するのです。また関数の世界でも、複素数まで考えた複素関数論では、実数だけでは考えられないような美しい理論が展開されます。さらに、進んだ多変数複素関数論という分野では、二十世紀に"岡潔"という数学者が多大な貢献をし、世界に認められましたが、最近、彼のエッセイなど復刊され、読んだ方もおられるようです。

